Практическое задание

1.Способы задания множеств

Упражнения

1. Задайте перечислением элементов множество, заданное характеристическим свойством:

а) $A = \{x \mid x^2 + 2x - 8 = 0\}$;

б) $B = \{x \mid x \in \mathbf{N}, 2 < x \leq 8\frac{2}{5}\}$;

в) $C = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x^4 - 5x^2 + 4 = 0\}$;

г) $D = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, -5 < x^3 + 1 < 20\}$;

д) $E = \{(x, y) \mid (x-1)^2 + (y+2)^2 = 0\}$;

е) $F = \{x \mid x \in \mathbf{Z}, |x| < 5\}$;

ж) $P = \{x \mid x \in \mathbf{N}, -4 < x < 6\}$;

з) $Q = \{n \mid n \in \mathbf{N}, n < 20, n - \text{простое}\}$;

2. В данном множестве все элементы, кроме одного, обладают некоторым свойством. Опишите это свойство и найдите элемент, не обладающий им.

а) {сумма; разность; множитель; частное};

б) {4; 16; 22; 27; 30; 34};

в) {1; 15; 16; 25; 64; 121};

г) {синий; красный; круглый; бежевый; зеленый};

д) {4; 6; 12; 81; 441; 1113};

е) {Обь; Иртыш; Волга; Байкал; Ангара; Амур};

ж) $\left\{\frac{3}{4}; \frac{7}{11}; \frac{1}{3}; \frac{5}{4}; \frac{9}{16}; \frac{2}{9}\right\}$;

з) {шар; пирамида; параллелограмм; цилиндр; конус}.

3. Исследуйте, принадлежат ли числа $\frac{1}{2}; -\frac{1}{8}; -\frac{1}{4}$ — множеству $A = \left\{\frac{3-2n}{n^2+n} \,\middle|\, n \in \mathbf{N}\right\}$.

4. Определите, по какому закону составлено бесконечное множество, содержащее числа:

а) $\left\{6; 2; \frac{2}{3}; \frac{2}{9}; \ldots\right\}$;

б) $\left\{\frac{1}{5}; \frac{3}{8}; \frac{5}{11}; \frac{7}{14}; \frac{9}{17}; \ldots\right\}$;

в) $\left\{\frac{3}{4}; \frac{8}{9}; \frac{15}{16}; \frac{24}{25}; \frac{35}{36}; \ldots\right\}$;

г) $\{2; 6; 12; 20; 30; \ldots\}$;

д) $\left\{\frac{3}{7}; \frac{5}{11}; \frac{7}{15}; \frac{9}{19}; \ldots\right\}$;

е) $\{4; 18; 48; 100; 180; \ldots\}$.

5. Задайте характеристическим свойством множества:

а) всех правильных многоугольников;

б) параллельных прямых;

в) всех натуральных чисел, кратных 5.

6. Какие из следующих множеств пустые:

а) множество корней уравнения $|x - 7| = 7$;

б) множество прямых плоскости, перпендикулярных двум пересекающимся прямым;

в) множество решений неравенства $(x-10)^2 \leq 0$

г) множество корней уравнения $|9 - 5x| = -3$;

д) множество отрицательных корней уравнения $|x| = -x$.

2.Подмножества

<u>Упражнения</u>

1. Составьте цепочки включений, так чтобы каждое следующее множество содержало предыдущее.

а) A — множество всех позвоночных;
B — множество всех животных;
C — множество всех волков;
D — множество всех млекопитающих;
E — множество всех хищных млекопитающих.

б) A — множество всех трапеций;
B — множество всех прямоугольников;
C — множество всех четырехугольников;
D — множество всех квадратов;
E — множество всех параллелограммов;
F — множество всех многоугольников.

2. Даны множества: A — множество целых чисел; B — множество четных чисел; C — множество нечетных чисел; D — множество чисел, кратных 3; E — множество чисел, кратных 6; P — множество чисел, кратных 2 и 3 одновременно; T — множество чисел, которые при делении на 4 дают в остатке 1.

Укажите, какие из данных множеств являются подмножествами других множеств, имеются ли среди множеств равные множества? Ответы запишите с помощью символов.

3. Назовите 3 подмножества: а) множества треугольников на плоскости; б) множества чисел, оканчивающихся нулем; в) множества уравнений.

4. Придумайте примеры цепочек, состоящих из множеств и их подмножеств и содержащих не менее трех включений.

3.Пересечение множеств

<u>Упражнения</u>

1. Найдите $A \cap B$, если

а) $A = (-3; 7)$, $B = (1; 8)$;

б) $A = [0; 5]$, $B = [5; 8]$;

в) $A = (-\infty; +\infty)$, $B = (-1; 9)$;

г) A — множество простых чисел, B — множество положительных четных чисел;

д) A — множество всех прямоугольников, B — множество всех ромбов;

е) $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x \geq 10\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x \leq 16\}$;

ж) $A = \{x \mid n \in \mathbf{N}, x = n^2\}$, $B = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x \le 40\}$;

з) A — множество чисел, кратных 18, B — множество чисел, кратных 24;

и) $A = \{3n \mid n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{5n \mid n \in \mathbf{N}\}$;

к) $A = \{2n + 1 \mid n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{4n + 3 \mid n \in \mathbf{N}\}$;

л) $A = \{3n + 2 \mid n \in \mathbf{N}\}$, $B = \{4n + 1 \mid n \in \mathbf{N}\}$.

2. Множество A состоит из целых чисел, делящихся на 4, множество B — из целых чисел, оканчивающихся нулем и множество C — из целых чисел, делящихся на 75. Из каких чисел состоит множество $A \cap B \cap C$.

4.Объединение множеств

Упражнения

1. Пусть $A = \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\}$, $B = \{4; 3; 2; 1; 0; -1; -2\}$, $C = \{x \mid -4 \le x < 5\}$. Запишите следующие множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cup C$, $A \cap C$, $B \cup C$, $A \cap \mathbf{N}$, $A \cup \mathbf{N}$, $B \cup \mathbf{Z}$, $(A \cap B) \cap \mathbf{N}$.

2. Пусть заданы множества A, B и C такие, что $A \cap B = \{2; 3\}$, $A \cup B = \{1; 2; 3; 5; 7; 8\}$, $A \cap C = \{1\}$, $C \cup B = \{1; 2; 3; 5; 6; 7; 8\}$. Найдите множества A, B и C.

3. Найдите объединение множеств:

а) $A = \{3k + 1 \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{3k \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{3k + 2 \mid k \in \mathbf{Z}\}$;

б) $A = \{8k \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{8k + 4 \mid k \in \mathbf{Z}\}$;

в) $A = \{9k + 7 \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{9k + 4 \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $C = \{9k + 1 \mid k \in \mathbf{Z}\}$.

4. Найдите $A \cup B$ и $A \cap B$, если

а) $A = \{x \mid x^4 - 13x^2 + 36 = 0\}$, $B = \{x \mid x^4 - 8x^2 + 9 = 0\}$;

б) $A = \{x \mid 3x - 9 < 0\}$, $B = \{x \mid 2x + 6 > 0\}$.

5. Какое заключение можно сделать об отношении между фигурами, расположенными так, что их пересечением и их объединением служит одна и та же фигура?

5.Разность множеств

Упражнения

1. Найдите $A \setminus B$, $B \setminus A$, $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$:

а) $A = [-11; 4]$, $B = (2; 8]$;

б) $A = [2; 7]$; $B = [8; 12]$;

в) $A = (-\infty; 5]$; $B = (1; +\infty)$.

2. Найдите $A \setminus B$:

а) $A = \{3k \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{6m \mid m \in \mathbf{Z}\}$;

б) $A = \{2k \mid k \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{4m + 2 \mid m \in \mathbf{Z}\}$.

3. Найдите дополнение множества остроугольных треугольников до множества всех треугольников.

4. Докажите, что симметрическую разность можно определить с помощью формул: $A \square B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$ или $A \square B = = (A \cup B) \setminus (B \cap A)$.

6. Числовые множества

Упражнения

1. Найдите множество значений переменной, при которых имеет смысл уравнение:

а) $x^2-3x+\dfrac{2}{4-x^2}=\dfrac{1}{x}$;

б) $\sqrt{6x-x^2-8}=\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$;

в) $\sqrt{\dfrac{x+2}{x-1}}-\sqrt{\dfrac{x+7}{x+5}}=0.$

2. Совпадают ли множества корней уравнений:

а) $\dfrac{x^2-3x-4}{x-1}=0$ и $x^2-3x-4=0$;

б) $|x-3|=3-x$ и $x-3=0$;

в) $x^2-4x=0$ и $|2x-6|-|x-6|=0$;

г) $x^2-6x+9=0$ и $\dfrac{2}{x^2-4}-\dfrac{1}{x(x-2)}=\dfrac{1}{x(x+2)}$;

д) $\sqrt{(x-1)(x+5)}=\sqrt{7}$ и $\sqrt{x-1}\sqrt{x+5}=\sqrt{7}$?

3. Совпадают ли множества точек плоскости, заданные уравнениями:

а) $y=\dfrac{x(x+2)}{x}$ и $y=x+2$;

б) $x^2+y^2=25$ и $y=\sqrt{25-x^2}$;

в) $y=\sqrt{x}$ и $y=\sqrt{|x|}$?

4. С точки зрения теории множеств определите связь между множествами решений уравнений:

а) $y-x=0$; б) $xy-1=0$; в) $(y-x)(xy-1)=0$;

г) $(y-x)^2+(xy-1)^2=0$; д) $\dfrac{y-x}{xy-1}=0$; е) $\dfrac{xy-1}{y-x}=0$.

7. Алгебра множеств

Упражнения

1. Упростите выражение
$(A \cap (B \cup A) \cup C) \setminus (A \cup (B \cup A) \cap C \setminus A)$.

2. Запишите с помощью формул заштрихованное множество:

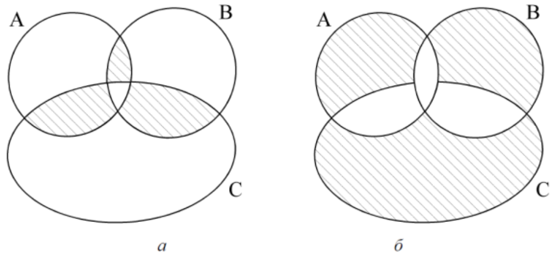

Рис. 9.

3. Покажите с помощью диаграмм Эйлера–Венна, что
$[(A \cap B) \setminus C] \cup [(B \cap C) \setminus A] = [(A \cap B) \cup (B \cap C) \setminus (A \cap B \cap C)]$.