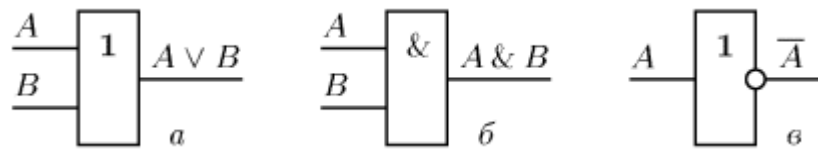


Тема: Функциональные схемы.

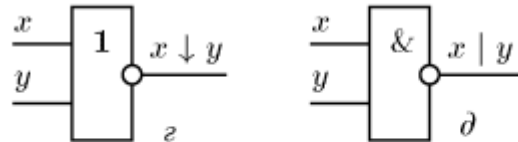
Теоретический материал

Одно из основных приложений булевых функций лежит в области создания функциональных схем, которые можно реализовать в виде электронных устройств с конечным числом входов и выходов, причем на каждом входе и выходе может появляться только два значения. Такие схемы встречаются в электронных устройствах, используемых в компьютерах, калькуляторах, телефонных системах и ряде других устройств. Эти устройства собраны из функциональных элементов, генерирующих основные булевы операции.

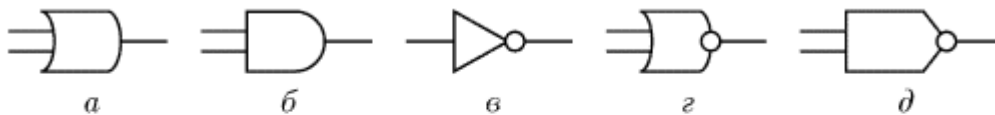
Стандартные обозначения основных функциональных элементов показаны на рис. 1.



Графическое изображение по ГОСТу ЕСКД: а) дизъюнктора; б) конъюнктора ; в) инвертора



Графическое изображение по ГОСТу ЕСКД: а) стрелки Пирса; б) штриха Шеффера



Графическое изображение основных вентилях в Международном стандарте: а) дизъюнктор; б) конъюнктор; в) инвертор; г) стрелка Пирса; д) штрих Шеффера

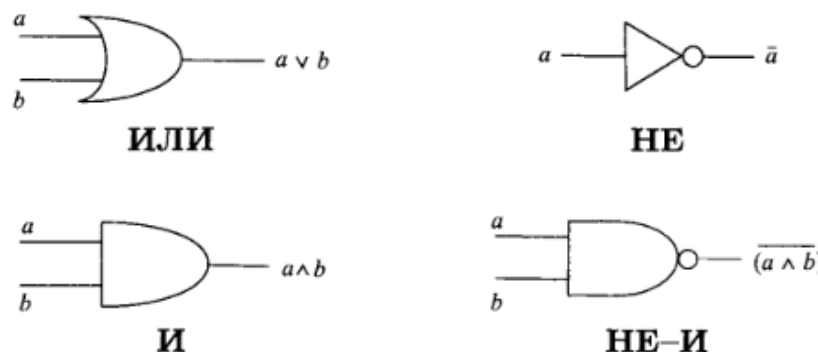


Рисунок 1. Стандартные обозначения основных функциональных элементов.

Постановка задачи синтеза логических схем

По аналогии с тем, как из трех элементарных частиц – протонов, нейтронов и электронов — порождаются различные химические элементы, которые, соединяясь в молекулы, образуют вещества всей живой и неживой природы, из трех простейших логических схем – дизъюнктора, конъюнктора и инвертора можно образовать сколь угодно сложные функциональные схемы, соответствующие достаточно сложным логическим функциям.

Релейно-контактная схема – это устройство из проводников и двухпозиционных контактов, через которое полюсы источника тока связаны с некоторым потребителем. Контакты могут быть замыкающими или размыкающими. Каждый контакт подключен к некоторому реле (переключателю). Когда реле срабатывает (находится под током), все подключенные к нему замыкающие контакты замкнуты, а размыкающие контакты разомкнуты; в противном случае — наоборот. Каждому реле ставится в соответствие своя булева переменная x , которая принимает значение 1, если реле срабатывает, и 0 — в противном случае.

На чертежах все замыкающие контакты, подключенные к реле x , обозначаются символом x , а размыкающие — символом x' . Это означает, что при срабатывании реле x все его размыкающие контакты x' не проводят ток и им сопоставляется 0. При отключении реле создается противоположная ситуация.

Всей схеме также ставится в соответствие булева переменная y , которая равна 1, если схема проводит ток, и 0 в противном случае. Переменная y , соответствующая схеме, очевидно, является булевой функцией от переменных x_1, x_2, \dots, x_n , соответствующих реле.

Эта функция называется **функцией проводимости схемы**, а ее таблица — **условиями работы схемы**. Две релейно-контактные схемы называются равносильными, если одна из них проводит ток тогда и только тогда, когда другая схема проводит ток, т.е. если обе эти схемы обладают одинаковыми функциями проводимости. Из двух равносильных схем более простой считается та, которая содержит меньшее число контактов.

В теории релейно-контактных схем различают две главные задачи — анализа и синтеза. **Задача анализа** состоит в изучении характера работы данной схемы и ее упрощении. **Задача синтеза** состоит в построении схемы с наперед заданными условиями работы.

Методические рекомендации

Пример 1. Что получится на выходе функциональной схемы, представленной на рис. 2?

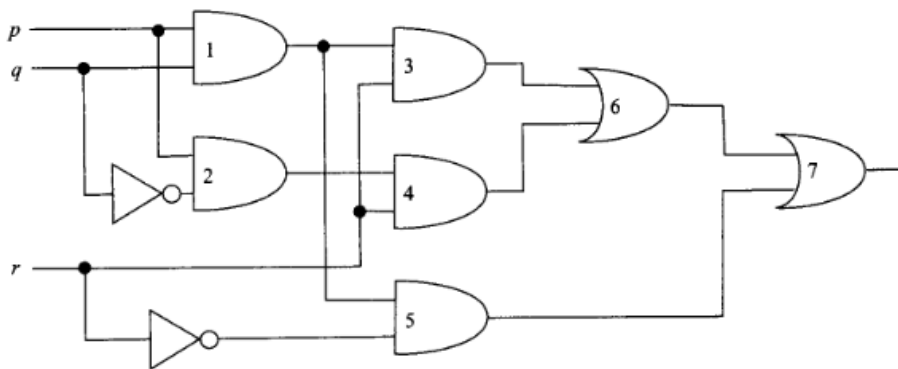


Рисунок 2. Функциональная схема.

Решение. В табл. 1 перечислены входы и соответствующие выходы для каждого функционального элемента в соответствии с нумерацией из рис. 2.

Вентиль	Вход	Выход
1	p, q	pq
2	p, \bar{q}	$p\bar{q}$
3	pq, r	pqr
4	$p\bar{q}, r$	$p\bar{q}r$
5	pq, \bar{r}	$pq\bar{r}$
6	$pqr, p\bar{q}r$	$pqr \vee p\bar{q}r$
7	$pqr \vee p\bar{q}r, pq\bar{r}$	$pqr \vee p\bar{q}r \vee pq\bar{r}$

Таким образом, на выходе схемы получится функция $pqr \vee p\bar{q}r \vee pq\bar{r}$. Диаграммы функциональных схем можно упростить, если разрешить функциональным элементам И и ИЛИ иметь не по два входа, а больше. Но более впечатляющего упрощения можно добиться, если привлечь карту Карно для преобразования функции, полученной на выходе сложной схемы.

Пример 2. Упростите функцию, генерируемую схемой из примера 1, и найдите более простую функциональную схему, ее реализующую.

Решение. Карта Карно требуемого выражения представлена на рис. 3. Она имеет две пары минтермов для группировки (одна из них не видна при данном обозначении столбцов).

	pq	$\bar{p}q$	$\bar{p}\bar{q}$	$p\bar{q}$
r				
\bar{r}				

Рисунок 3. Карта Карно выражения $pqr \vee p\bar{q}r \vee pq\bar{r}$.

Итак, $pqr \vee p\bar{q}r = pr(q \vee \bar{q}) = pr$ и $pqr \vee p\bar{r}q = pq(r \vee \bar{r}) = pq$.

Это сводит функцию к выражению $pr \vee pq$, которое, ввиду дистрибутивности, редуцируется к функции $p(r \vee q)$. Более простая схема, реализующая функцию из примера 2, показана на рисунке 4.

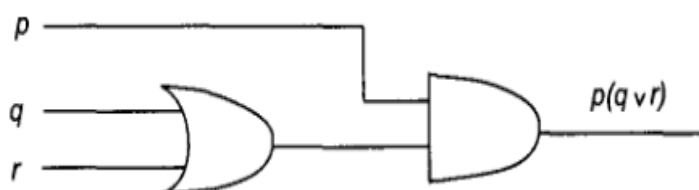


Рисунок 4.

При вычерчивании функциональных схем нет необходимости использовать все типы функциональных элементов. Как мы уже видели, множество $\{\vee, \bar{}\}$ является полной системой функций. Поэтому мы можем построить любую схему, ограничившись функциональными элементами И и НЕТ.

Более того, если по той или иной причине нам неудобно использовать большое число компонент, мы могли бы использовать только функциональный элемент НЕ—И.

Пример 3. Начертите функциональную схему, реализующую булеву функцию $p(r \vee q)$, используя только НЕ—И.

Решение. Во-первых, заметим, что

$$p(q \vee r) = (p \text{ НЕ-И } (q \vee r)) \text{ НЕ-И } (p \text{ НЕ-И } (q \vee r)).$$

А во-вторых,

$$q \vee r = (q \text{ НЕ-И } q) \text{ НЕ-И } (r \text{ НЕ-И } r).$$

Искомая схема показана на рис. 5.

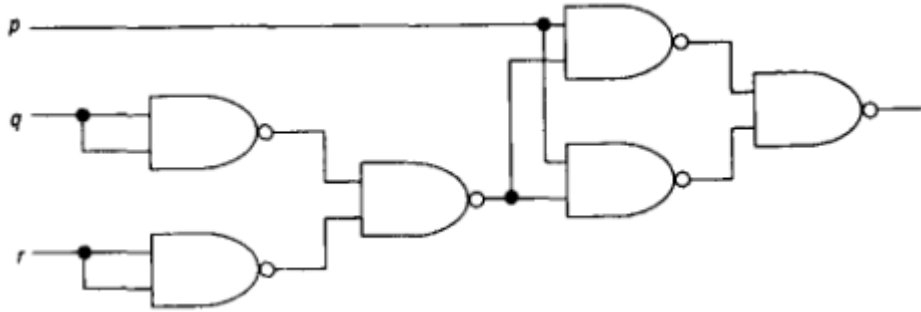
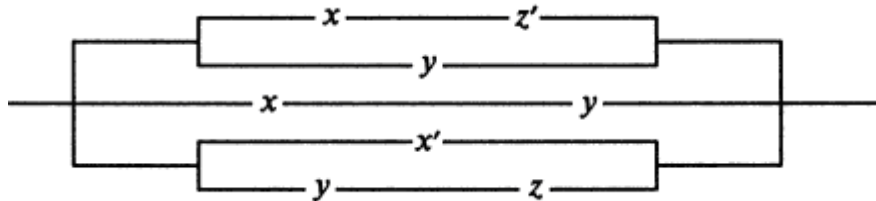


Рисунок 5. Функциональная схема функции $p(q \vee r)$.

Пример 4. По данной релейно-контактной схеме найдите ее функцию проводимости и условия работы:



Решение: Схема состоит из трех параллельных ветвей.

Первая ветвь, в свою очередь, состоит из двух параллельных ветвей, в одной из которых последовательно соединены два контакта x и z' , а в другой есть лишь один контакт y . Поэтому первая из трех параллельных ветвей имеет следующую функцию проводимости: $xz' \vee y$.

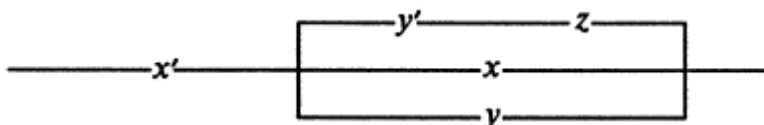
Вторая параллельная ветвь состоит из двух последовательно соединенных контактов x и y и поэтому имеет следующую функцию проводимости: xy .

Наконец третья параллельная ветвь схемы состоит из двух параллельных ветвей, в одной из которых единственный контакт x' а в другой последовательно соединены контакты y и z . Поэтому функция проводимости третьей ветви схемы есть $x' \vee yz$.

Итак, поскольку данная схема состоит из трех параллельно соединенных ветвей, функции проводимости которых мы нашли, то для нахождения функции проводимости всей схемы нужно рассмотреть дизъюнкцию найденных функций: $\pi(x, y, z) = (xz' \vee y) \vee xy \vee (x' \vee yz)$.

Пример 5. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости: $x'(y'z \vee x \vee y)$.

Решение: Схема представляет собой последовательное соединение контакта и схемы с функцией проводимости $y'z \vee x \vee y$. Последняя схема, в свою очередь, состоит из трех параллельных ветвей. В первой ветви последовательно соединены контакты y' и z , вторая содержит контакт x , третья — лишь контакт y . Итак, искомая схема имеет вид

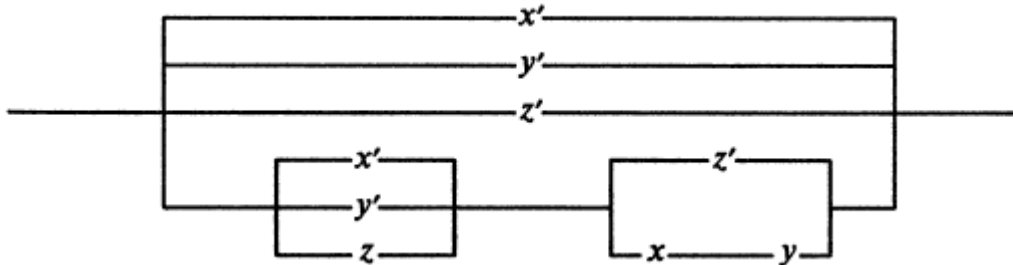


Пример 6. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости: $(x \rightarrow (y \rightarrow z')) \vee (xy \leftrightarrow z)$.

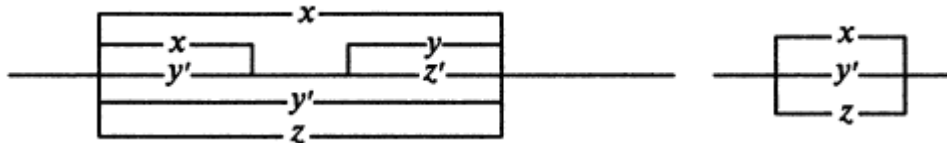
Решение: Выразим сначала данную функцию через функции $'$, \cdot , \vee , причем так, чтобы знак $'$ стоял бы лишь на переменных и не стоял на скобках:

$$(x \rightarrow (y \rightarrow z')) \vee (xy \leftrightarrow z) = (x' \vee (y \rightarrow z')) \vee (xy \rightarrow z)(z \rightarrow xy) = x' \vee y' \vee z' \vee (x' \vee y' \vee z)(z' \vee xy).$$

Соответствующая схема имеет вид:



Пример 7. Проверьте равносильность релейно-контактных схем:



Решение: Сначала составим функцию проводимости первой из двух данных схем, а затем преобразуем ее:

$$\begin{aligned} \pi(x, y, z) &= x \vee (x \vee y')(y \vee z') \vee y' \vee z = x \vee [(x \vee y')(y \vee z') \vee y'] \vee z = \\ &= x \vee (x \vee y' \vee y')(y \vee z' \vee y') \vee z = x \vee (x \vee y')(y \vee y' \vee z') \vee z = x \vee (x \vee \\ &\vee y')(1 \vee z') \vee z = x \vee (x \vee y')1 \vee z = x \vee (x \vee y') \vee z = x \vee y' \vee z. \end{aligned}$$

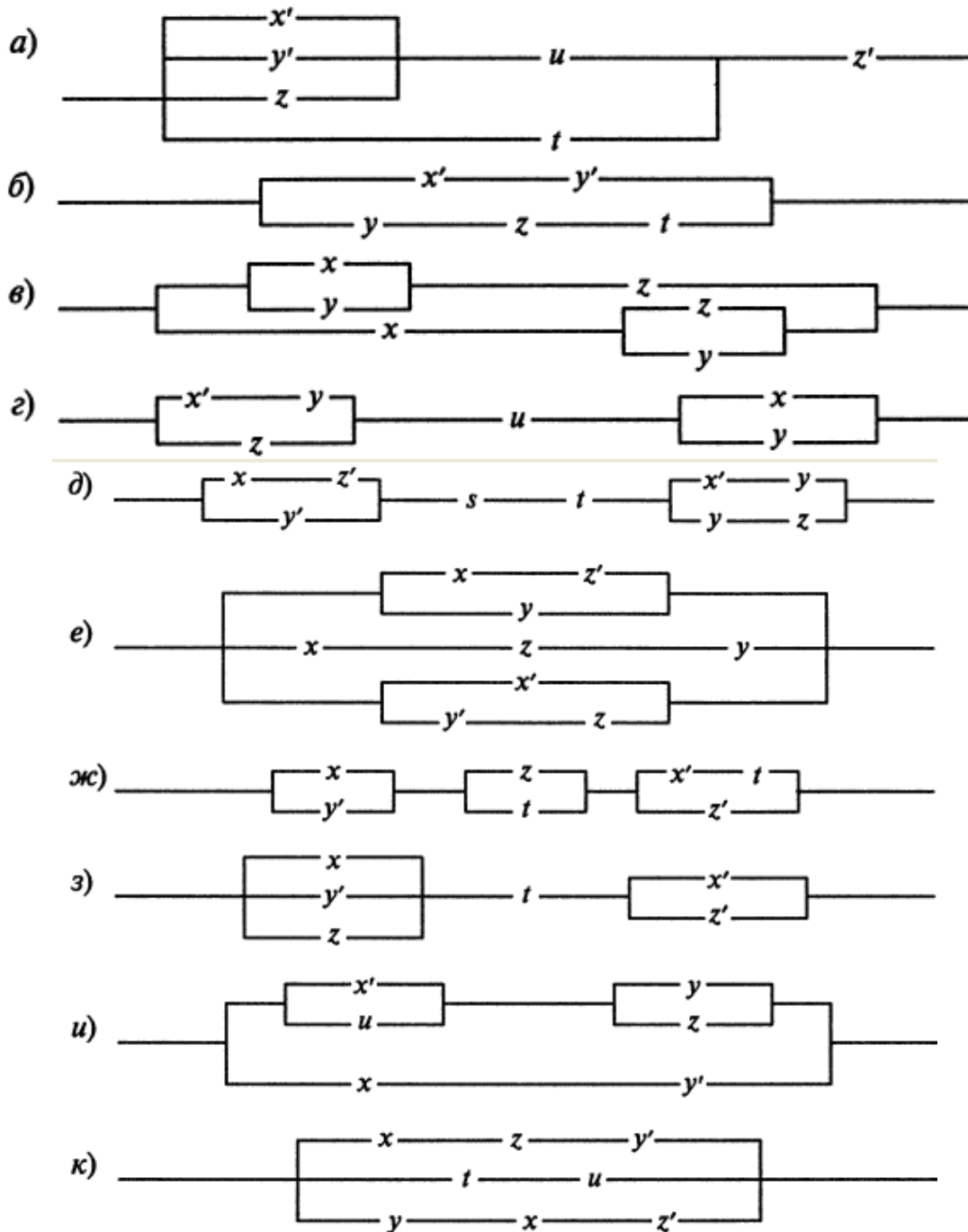
Ясно, что полученная функция (булева функция, конечно, осталась той же самой, а изменилась лишь форма ее аналитической записи) является функцией проводимости второй из двух данных схем.

Контрольные вопросы

1. Изобразите стандартные обозначения основных функциональных элементов по ГОСТу и в Международном стандарте.
2. Что такое функция проводимости?
3. Как задать условия работы схемы?
4. Какие задачи различают в теории релейно-контактных схем? Сформулируйте их.

Индивидуальные задания

1. По данной релейно-контактной схеме найдите ее функцию проводимости и условия работы:



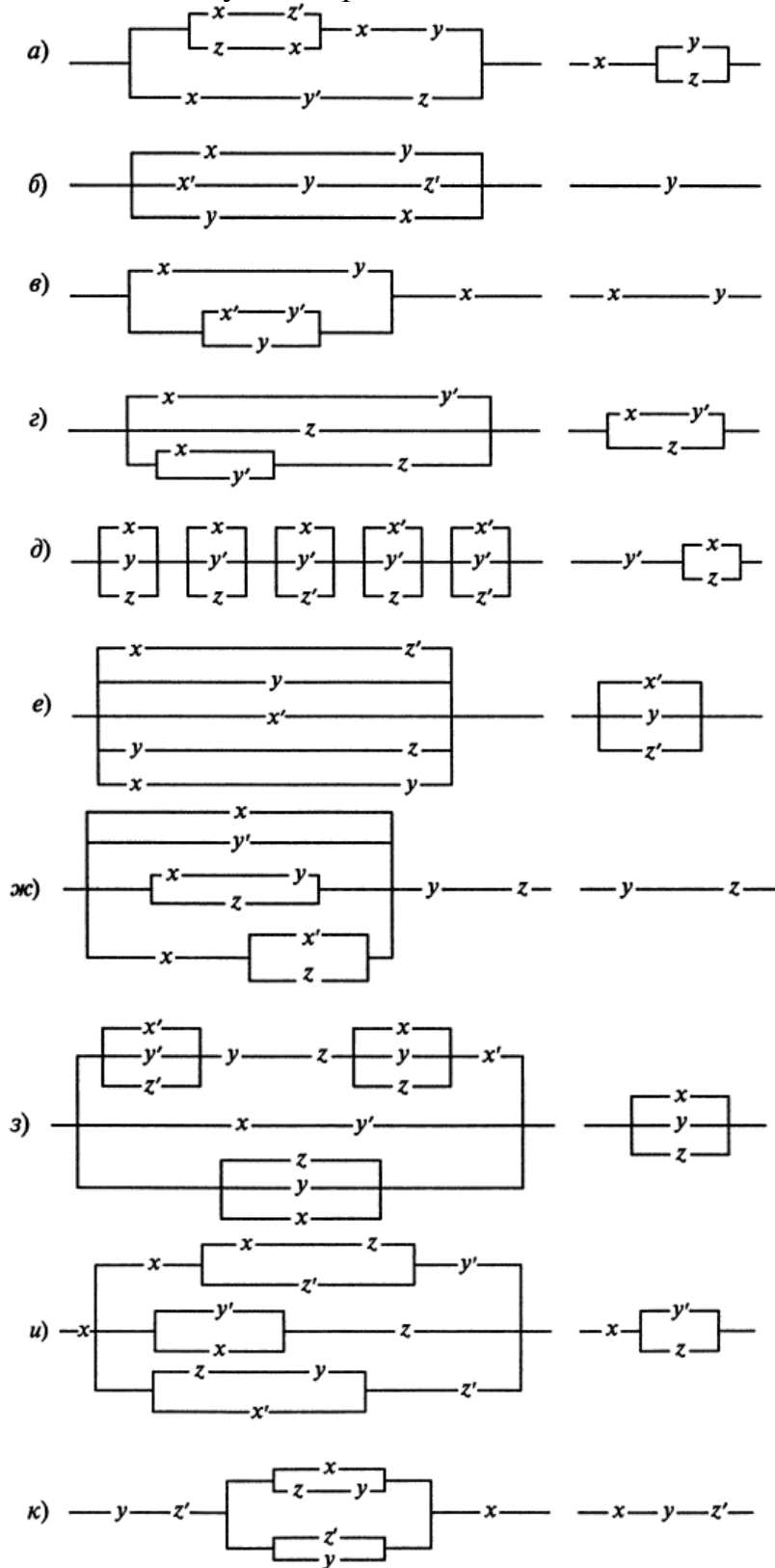
2. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:

- | | |
|---|--|
| а) $(xy \vee z' \vee x')(x' \vee y)$; | ж) $(x \vee yz)(xt \vee z(x' \vee y))$; |
| б) $(x' \vee y)(yz \vee x) \vee uz$; | з) $xy' \vee u(v \vee z)x' \vee x'uv$; |
| в) $x(yz \vee y'z') \vee x'(y'z \vee yz')$; | и) $((z \vee x)y'u \vee x'v)xz$; |
| г) $(x' \vee y)ty'x'(y \vee z)$; | к) $x(y \vee z') \vee x' \vee (y \vee xz')x$. |
| д) $x(yz \vee t) \vee xyz' \vee z(y \vee x')$; | |
| е) $x'(yz' \vee x(ty \vee z(x \vee y')))$; | |

3. Постройте релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:

- а) $(xy \rightarrow x'y)(x \vee zy)$; ж) $(x + y') \vee (x + z)(y' + z')$;
 б) $(x \rightarrow y) \rightarrow x'(y \vee z)$; з) $(xy + z) \rightarrow x'z$;
 в) $(x \rightarrow (y \rightarrow z)) \rightarrow (y \rightarrow x')$; и) $(x' + y')(x \leftrightarrow y)$;
 г) $(x | y') \rightarrow ((x \vee y) | (x \vee z))$; к) $xy | (x' \rightarrow x(y \vee z))$.
 д) $(z \downarrow xy)((x \vee z') \downarrow yz)$;
 е) $(x | (x \downarrow y')) | (x' \downarrow (y \vee z'))$;

4. Проверьте равносильность следующих релейно-контактных схем:



5. Упростите следующие релейно-контактные схемы:

