

Составление математических моделей

Цель работы – изучить принцип поэтапного построения математических моделей; закрепить полученные знания оптимизации данного процесса.

Теоретическая часть

Модель – это некий новый объект, который отражает существенные особенности изучаемого объекта, явления или процесса.

Математическая модель – это объект, возникающий в результате сбора и анализа фактического материала, выделения главных черт формализованных характеристик.

Моделирование – построение моделей реально существующих объектов, замена реального объекта его подходящей копией (имитация), исследование объектов познания на их моделях.

Этапы моделирования:

1. Постановка проблемы и её качественный анализ. Главное чётко сформулировать сущность проблемы, принимаемые допущения и те вопросы, на которые требуется получить ответ.

2. Построение математической модели. На этом этапе формализуется экономическая проблема, выражение в виде конкретных математических зависимостей и отношений.

3. Математический анализ модели. Целью этого этапа является выяснение общих свойств модели. Здесь применяются чисто математические приёмы исследования. Наиболее важный момент – доказательство существования решений в сформулированной модели.

4. Подготовка исходной информации. Моделирование предъявляет жёсткие требования к системе информации. В то же время реальные возможности получения информации ограничивают выбор моделей, предназначенных для практического использования. При этом принимается во внимание не только принципиальная возможность подготовки информации, но затраты на подготовку не должны превышать эффект от использования дополнительной информации.

5. Численное решение. Этот этап включает разработку алгоритмов для численного решения задачи, составления программ на ЭВМ и непосредственное проведение расчётов.

6. Анализ численных результатов.

Практическая часть

Пример. Показать зависимость значения площади равнобедренной трапеции от значения её оснований. Боковая сторона трапеции равна 10. Построить математическую модель. При построении показать каждый шаг моделирования. Обязательно реализовать модель с помощью MS Excel (при реализации необходимо построить экранную форму).

Решение:

1. Постановка проблемы и её качественный анализ. Необходимо показать, как изменится значение площади равнобедренной трапеции при изменении значения величин её оснований.

2. Построение математической модели. Для построения модели понадобится формула площади равнобедренной трапеции (площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту), а также необходимо определить значение высоты трапеции.

3. Математический анализ модели.

$$S = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$$

Формула для вычисления площади:

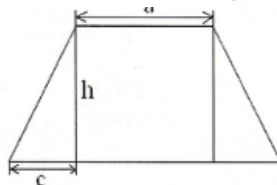


Рисунок 1 – Равнобедренная трапеция

Поскольку для нахождения площади равнобедренной трапеции нам не известна только высота, то необходимо её определить. Определить высоту поможет значение величины c . Из рисунка видно, что

$$c = \frac{b - a}{2} \quad h = \sqrt{10^2 - c^2} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{b - a}{2}\right)^2}$$

Итак, площадь равнобедренной трапеции при заданных условиях равна:

$$S = \frac{1}{2} \cdot (a + b) \cdot \sqrt{10^2 - \left(\frac{b - a}{2}\right)^2}$$

4. Подготовка исходной информации. Покажем зависимость значения величины площади равнобедренной трапеции от значения величины c помощью MS Excel, поскольку это требуется условием.

5. Численное решение. Приготовим следующую экранную форму:

	A	B	C	D
1	Показать зависимость значения площади равнобедренной трапеции от значения её оснований. Сторона трапеции равна 10.			
2				
3	Исходные данные			Результат
4	основани a		основани b	Площадь
5	п/п	значение	значение	значение
6	1	2	5	
7	2	3	6	
8	3	4	9	
9	4	5	8	
10	5	6	7	
11	6	6	7	
12	7	5	8	
13	8	4	9	
14	9	7	3	
15	10	6	2	

Рисунок 2 – Экранная форма, созданная в MS Excel

Для расчёта площади будем использовать следующую формулу:

$$f_x = =1/2*(B6+C6)*КОРЕНЬ(10^2-((C6-B6)/2)^2)$$

Рисунок 3 – Формула для расчёта площади равнобедренной трапеции

В результате получится:

	A	B	C	D
1	Показать зависимость значения площади равнобедренной трапеции от значения её оснований. Сторона трапеции равна 10.			
2				
3	Исходные данные			Результат
4	основани a		основани b	Площадь
5	п/п	значение	значение	значение
6	1	2	5	34,60
7	2	3	6	44,49
8	3	4	9	62,94
9	4	5	8	64,26
10	5	6	7	64,92
11	6	6	7	64,92
12	7	5	8	64,26
13	8	4	9	62,94
14	9	7	3	48,99
15	10	6	2	39,19

Рисунок 4 – Итог построения математической модели

б. Анализ численных результатов и их применение. По результатам видно, что при увеличении значений величин обоих оснований площадь увеличивается. При уменьшении значения величины одного из оснований площадь уменьшается, тоже происходит и при уменьшении значений величин обоих оснований.

Задание. Для указанной задачи построить математическую модель. При построении показать каждый шаг моделирования. Обязательно реализовать модель с помощью MS Excel (при решении не забыть о построении экранной формы).

1. Построить зависимость значения тангенса любого острого угла прямоугольного треугольника от значения величины его катетов.

2. Показать зависимость значения синуса одного из острых углов прямоугольного треугольника от значения другого острого угла и противолежащего катета.

3. Показать зависимость значения косинуса одного из острых углов прямоугольного треугольника от значения другого острого угла и прилежащего к этому углу катета.

4. Показать зависимость значения гипотенузы от значений катетов.

5. Показать зависимость значения площади прямоугольного треугольника от значения величин его катетов.

6. Показать зависимость значения площади прямоугольного треугольника от значения величин одного из катетов и гипотенузы.

7. Показать зависимость значения величины площади равнобедренного треугольника от значений величин высоты этого треугольника и угла противолежащего основанию.

8. Показать зависимость значения величины периметра равнобедренного треугольника от значений величин основания этого треугольника и угла противолежащего к основанию

9. Показать зависимость значения величины периметра равностороннего треугольника от значения величины его стороны.

10. Показать зависимость значения величины площади равностороннего треугольника от значения величины его стороны.

11. Показать зависимость значения величины площади квадрата от значения величины его стороны.

12. Показать зависимость значения величины периметра квадрата от значения величины его стороны.

13. Показать зависимость значения величины площади прямоугольника от значения величин его сторон.

14. Показать зависимость значения величины периметра прямоугольника от значения величин его сторон.

15. Показать зависимость значения объёма куба от значения величины его ребра.

16. Построить зависимость значения котангенса любого острого угла прямоугольного треугольника от значения величины его катетов.

17. Показать зависимость значения величины площади параллелограмма от значений величин стороны и высоты, опущенной на эту сторону.

18. Показать зависимость значения величины площади равнобедренного треугольника от значений величин основания этого треугольника и высоты, опущенной на это основание.

19. Показать зависимость значения величины площади ромба от значений величин стороны этого ромба и высоты, опущенной на эту сторону.

20. Показать зависимость значения величины площади круга от значения величины радиуса этого круга.

Содержание отчёта:

1. Номер, тема и цель практической работы.

2. Текст задания.

3. Процесс построения математической модели с пояснениями.

Практическая работа №1

Составление математических моделей

Цель работы – изучить принцип поэтапного построения математических моделей; закрепить полученные знания оптимизации данного процесса.

Задание. Для указанной задачи построить математическую модель. При построении показать каждый шаг моделирования. Обязательно реализовать модель с помощью MS Excel (при решении не забыть о построении экранной формы).

Вариант № (Текст задания)

Решение:

1. Постановка проблемы и её качественный анализ
2. Построение математической модели.
3. Математический анализ модели.
4. Подготовка исходной информации.
5. Численное решение.
6. Анализ численных результатов